Université d'Ottawa **Paul Makdissi**
Département de science économique **Hiver 2011**

ECO3553 Théorie microéconomique III
Travail pratique #2

Problème 1.

a) **FAUX.**
Supposons que le consommateur a des préférences représentables par la fonction d'utilité suivante

$$U(\theta, y) = \theta K + u(y),$$

où $\theta = 1$ s'il se stationne illégalement et $\theta = 0$ s'il ne se stationne pas illégalement. Le revenu du consommateur est y. Celui-ci se stationnera illégalement si

$$E(U(1,y)) = \pi [K + u(y-a)] + (1-\pi)[K + u(y)] \geq u(y).$$

Si on différentie le côté droit de l'équation en fonction de π on obtient:

$$\frac{\partial E(U(1,y))}{\partial \pi} = u(y-a) - u(y) < 0.$$

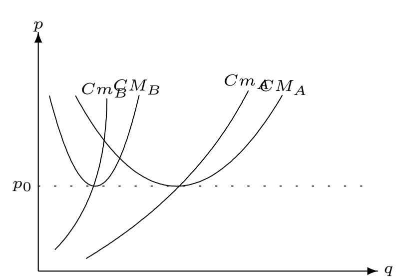
Si on différentie le côté droit de l'équation en fonction de a on obtient:

$$\frac{\partial E(U(1,y))}{\partial a} = \pi u'(y-a) < 0.$$

On remarque que malgré que les deux actions réduisent $E(U(1,y))$, il n'y a aucune raison pour que cette réduction soit de la même ampleur.

b) $E[L_1] = E[L_2] = 13.33$. $Var[L_1] = 22.22 < Var[L_2] = 55.56$. Le consommateur riscophobe choisira donc L_1.

c) **FAUX.**
Le graphique ci-dessous est un contre exemple. Dans cette situation, pour tout prix supérieur à p_0, les deux types d'entreprises peuvent produire sur le marché.



d) **VRAI.**
La règle de tarification d'une firme dans un oligopole à la Cournot stipule

$$p\left[1+\frac{s_i}{\varepsilon}\right]=Cm_i.$$

Si la part de marché $s_i \in [0,1]$ d'une firme i augmente, on s'éloigne de la tarification en concurrence parfaite qui stipule $p = Cm_i$ et on s'approche de la tarification de monopole $p\left[1+\frac{1}{\varepsilon}\right]=Cm$.

e) **FAUX.**
Le coût de financer le projet est le même si une firme emprunte sur le marché ou utilise ses propres fonds. Lorsqu'elle utilise ses propres fonds, elle suporte un coût d'opportunité équivalent au taux d'intérêt du marché car elle aurait pu utiliser ces fonds pour effectuer des placements.

f) **VRAI.**
Le problème auquel on fait face ici est un problème similaire à celui décrit dans Akerlof (1970). Une augmentation de la réglementation et de la surveillance permettrait de réduire l'asymétrie d'information sur la qualité des travaux de fondations.

Problème 2.

a) L'agent ne commettra pas de crime seulement si l'espérance d'utilité de la criminalité est inférieure à l'utilité de son revenu sans crime. Mathématiquement, cette condition s'écrit

$$p(m)\,u(y+c-s)+[1-p(m)]\,u(y+c)<u(y).$$

b) La variation de l'espérance d'utilité de la criminalité selon l'investissement en protection civile est donnée par

$$\frac{\partial Eu}{\partial m}=p'(m)\,[u(y+c-s)-u(y+c)]<0.$$

Il semble donc que lorsqu'on augmente l'investissement en protection civile, l'espérance d'utilité des activités criminelles diminuent. Cette espérance diminuant, on s'attend à voir augmenter le nombre d'agent dont la condition est telle qu'ils ne s'engagerons pas dans des activités criminelles.

c) La variation de l'espérance d'utilité de la criminalité selon les sanctions imposées est donnée par

$$\frac{\partial Eu}{\partial s}=-p(m)\,u'(y+c-s)<0.$$

Cette condition nous indique que, d'autre part, pour un niveau donné d'investissement en protection civile, l'augmentation des sanctions imposées aux crimimels qui se font prendre aura pour effet de faire diminuer l'espérance d'utilité des activités criminelles diminuent. Cette espérance diminuant, on s'attend, encore une fois, à voir augmenter le nombre d'agent dont la condition est telle qu'ils ne s'engagerons pas dans des activités criminelles.

d) Lorsqu'on investi rien ($m = 0$) en protection civile, la sanction minimale, $\underline{s}$, à imposer pour s'assurer que l'agent ne s'engage pas dans des activités criminelles est donné implicitement par

$$p(0)\, u(y + c - \underline{s}) + [1 - p(0)]\, u(y + c) = u(y).$$

De cette équation, on peut trouver une expression pour $\underline{s}$:

$$\begin{aligned} u(y + c - \underline{s}) &= \frac{u(y) - [1 - p(0)]\, u(y + c)}{p(0)}, \\ y + c - \underline{s} &= u'\left(\frac{u(y) - [1 - p(0)]\, u(y + c)}{p(0)}\right), \\ \underline{s} &= y + c - u'\left(\frac{u(y) - [1 - p(0)]\, u(y + c)}{p(0)}\right). \end{aligned}$$

Lorsqu'on impose une santion $s \geq \underline{s}$, l'agent ne s'engagera pas dans des activités criminelles et cela, même si la société n'investi rien en protection civile. Cela est dû au fait que la probabilité de se faire attraper est non nulle même lorsque l'investissement en protection civil est nul.
Pour les objections à l'argument de Becker, j'accepte n'importe quelle opinion. Elle sont toutes valables lorsqu'elles sont bien argumentées.

Problème 3.

a) Réécrivons les fonctions d'utilité des 2 agents de la manière suivante

$$U_1 = \begin{cases} m_1 + 2s & \text{s'il ne vend pas} \\ m_1 + p & \text{s'il vend} \end{cases}$$

et

$$U_2 = \begin{cases} m_2 - p + 3s & \text{s'il achète} \\ m_2 & \text{s'il n'achète pas} \end{cases}$$

Comme ni un ni l'autre ne connaît la qualité exacte du bien, la qualité anticipée par ces 2 agents sera la même et sera tout simplement la moyenne de la distribution a priori soit $s^a = 1$. L'offre agrégée du bien sera tout simplement l'offre de l'agent 1. Celle-ci dépend de la qualité anticipée par celui-ci

$$S(p) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \geq 2 \\ 0 & \text{si } p < 2 \end{cases}$$

La demande du bien par l'agent 1 sera

$$D_1(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 2 \\ 1 & \text{si } p < 2 \end{cases}$$

et celle de l'agent 2 sera

$$D_2(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p > 3 \\ 1 & \text{si } p \leq 3 \end{cases}$$

La demande agrégée sera alors

$$D(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p > 3 \\ 1 & \text{si } 2 < p \leq 3 \\ 2 & \text{si } p \leq 2 \end{cases}$$

À l'équilibre, il y aura égalité entre l'offre et la demande. On peut alors constater que le bien sera échangé à un prix d'équilibre $p^* \in [2,3]$. Si l'échange a lieu avec $p = 3$, l'agent 1 voit son bien-être augmenter sans que celui de l'agent 2 ne diminue. D'un autre côté, si l'échange à lieu avec $p = 2$, l'agent 2 voit son bien-être augmenter sans que celui de l'agent 1 ne diminue. Enfin, si l'échange à lieu avec $p \in (2,3)$, alors le bien-être des 2 agents augmente simultanément.

b) D'une part, l'agent 1 connaît avec certitude la qualité du bien qu'il possède. D'autre part, tout en sachant que l'agent 1 connaît avec certitude la qualité du bien, l'agent 2 ne connaît pas celle-ci. On se retrouve dans la situation suivante

$$\text{Agent 1} \begin{cases} \text{vend} & \text{si } p \geq 2 \\ \text{ne vend pas} & \text{si } p < 2 \end{cases}$$

et

$$\text{Agent 2} \begin{cases} \text{achète} & \text{si } p \leq 3s^a \\ \text{n'achète pas} & \text{si } p > 3s^a \end{cases}$$

où s^a est la qualité anticipée par l'agent 2 qui dépend des décisions de l'agent 1. On a donc

$$s^a = \begin{cases} \frac{p}{4} & \text{si 1 veut vendre} \\ 1 + \frac{p}{4} & \text{si 1 ne veut pas vendre} \end{cases}$$

Si l'agent 1 veut vendre, cela signifie que $p \geq 2$. De plus, si celui-ci veut vendre, cela entraîne une anticipation de la qualité par l'agent 2

$$s^a = \frac{p}{4} \Rightarrow p = 4s^a > 3s^a.$$

Dans cette situation, l'agent 2 ne voudra pas acheter.

D'un autre côté, si l'agent 1 ne veut pas vendre, cela signifie que $p < 2$. De plus, si celui-ci ne veut pas vendre, cela entraîne une anticipation de la qualité par l'agent 2

$$s^a = 1 + \frac{p}{4} \Rightarrow p = 4s^a - 4 < 3s^a \ \text{(puisque } s \sim U[0,2]).$$

Dans cette situation, l'agent 2 voudrait acheter.

Comme l'agent 2 ne veut acheter que si l'agent 1 ne veut pas vendre, l'échange qui aurait été mutuellement bénéfique n'aura pas lieu.

c) La première conclusion qui doit être tirée de cet exemple est que l'existence d'asymétrie d'information entraîne une diminution du bien-être social. En effet, dans l'exemple, lorsqu'il n'y a pas d'asymétrie d'information, un échange mutuellement avantageux pouvait avoir lieu entre les deux agents. Par contre, l'introduction de l'asymétrie d'information fait disparaître cette possibilité d'échange et on se retrouve alors dans une situation où le bien-être des deux agents est inférieur.

   De façon générale, si on est dans une situation où il existe des acheteurs potentiels de biens de bonne qualité et des vendeurs potentiels de biens de bonne qualité, des échanges pourrait avoir lieu si l'information sur la qualité du bien est symétrique. Par contre, en présence d'asymétrie d'information, le fait que certains vendeurs cherchent à refiler des biens de moins bonne qualité au prix des biens de bonne qualité tend à faire disparaître les échanges légitimes des biens de bonne qualité. Le coût de la malhonnêteté n'est pas alors seulement le montant d'argent qu'elle fait perdre à ses victimes mais comprend aussi le coût en perte de bien-être occasionné par les échanges que la présence de malhonnêteté à rendu impossibles.

d) Vous pouvez vous inspirer d'Akerolf (1970, pp. 492 à 499). Celui-ci cite entre autre les exemples de l'assurance médicale pour les gens agés de plus de 65 ans, de l'embauche des personnes issues de minorités ethniques et du crédit dans les pays sous-développés.

Problème 4.

8.1
1. $lnC(L,u) = \frac{1}{3}ln27 + \frac{2}{3}ln8 = 2.4889$
   $C(L,u) = e^{2.4889} = 12$
2. $k(L,u) = \frac{1}{3}27 + \frac{2}{3}8 - 12 = 2.3333$
3. Oui, parce que $C(L,u) > \$10$

8.2 Perte espérée $= 0.1 \times 10000£ = 10£ < 15£$. Si je suis neutre au risque, je n'achète pas cette assurance.

8.8
1. On peut avoir une expression exacte de $u(x)$ si on utilise un polynome de Taylor de degré infini. Dénotons par $u^{(i)}(x)$ la i-ème dérivée de $u(x)$. Si on développe le polynome autour de $\bar{x} = E[x]$, on a

$$u(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(x-\bar{x})^i}{i!} u^{(i)}(\bar{x}) \quad (1)$$

   Notons que $u^{(i)}(x) = 0, \forall i \geq 3$. On a alors

$$u(x) = \sum_{i=1}^{2} \frac{(x-\bar{x})^i}{i!} u^{(i)}(\bar{x}) \quad (2)$$

On a alors

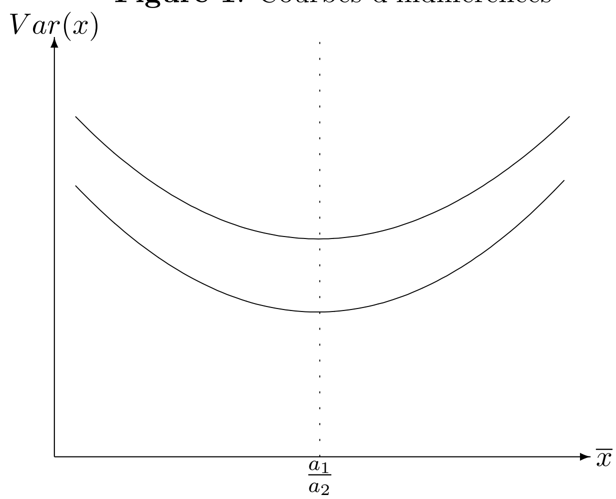
$$\begin{aligned} E[u(x)] &= \sum_{i=1}^{2} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} \frac{(x-\bar{x})^i}{i!} u^{(i)}(\bar{x}) dx \qquad (3) \\ &= u(\overline{x}) \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} dx + u^{(1)}(\overline{x}) \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} x dx - \overline{x} u^{(1)}(\overline{x}) \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} dx \\ &\quad + \frac{u^{(2)}(\overline{x})}{2} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (x-\overline{x})^2 dx \qquad (4) \\ &= u(\overline{x}) + \frac{u^{(2)}(\overline{x})}{2} Var(x) \qquad (5) \\ &= a_0 + a_1 \overline{x} - \frac{1}{2} a_2 \overline{x}^2 - \frac{1}{2} a_2 Var(x) \qquad (6) \end{aligned}$$

Utilisant ce dernier résultat on peut dériver une équation de $Var(x)$ en fonction de $\overline{x}$ afin de tracer les courbes d'indifférence:

$$Var(x) = 2\frac{a_0}{a_2} + 2\frac{a_1}{a_2}\overline{x} - \overline{x}^2 \qquad (7)$$

Cette équation décrit une parabole qui aura son minimum en a_1/a_2. Les courbes d'indifférences seront donc des paraboles comme dans la Figure 1

Figure 1. Courbes d'indifférences



Il est clair qu'une augmentation de a_1 déplacera le minimum de la courbe vers la droite et une augmentation de a_2 déplacera ce même minimum vers la gauche.

2. Il est clair que les courbes d'indifférences à la Figure 1 n'ont pas de sens. Avec de telles préférences, on doit avoir un valeur maximale admissible sur l'axe des x. Pour que les préférences soient rationnelles, il faut que l'utilité marginale soit positive. On a donc:

$$\begin{aligned} u'(x) = a_1 - a_2 x &\geq 0 \qquad (8) \\ x &\leq \frac{a_1}{a_2} = \overline{a} \qquad (9) \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}
r_A(x) &= \frac{a_2}{a_1 - a_2 x} && (10)\\
r'_A(x) &= \frac{a_2^2}{(a_1 - a_2)^2} > 0 && (11)\\
r_R(x) &= \frac{a_2 x}{a_1 - a_2 x} && (12)\\
r'_R(x) &= \frac{a_2(a_1 - a_2 x) + a_2^2 x}{(a_1 - a_2 x)^2} && (13)\\
x &\leq \frac{a_1}{a_2} \rightarrow r'_R(x) > 0 && (14)
\end{aligned}$$

8.9 1. Son espérance d'utilité est donnée par:

$$\begin{aligned}
Eu &= \gamma\left[u(x_1) + \delta u(x_2)\right] + (1-\gamma)u(x_1) && (15)\\
&= u(x_1) + \delta' u(x_2) && (16)
\end{aligned}$$

où $\delta' = \gamma\delta$.

2. Si l'horizon temporel est infini alors on a:

$$Eu = \sum_{t=1}^{\infty} (\delta')^{t-1} u(x_t) \quad (17)$$

8.11 1. c_{NOAUDIT} découle directement de la donnée du problème. Pour c_{AUDIT} on a

$$\begin{aligned}
c_{\text{AUDIT}} &= (1-t)y - st(y-x) && (18)\\
&= (1-t-st)y + stx && (19)
\end{aligned}$$

2. (a)

$$\begin{aligned}
-\left[1-\pi\right]tu'(c_{\text{NOAUDIT}}) + \pi stu'(c_{\text{AUDIT}}) &= 0 && (20)\\
& && (21)
\end{aligned}$$

(b) Pour avoir une solution intérieure, i.e. du underporting, il faut que la dernière équation soit vérifiée. On sait que $u'(c_{\text{NOAUDIT}}) < u'(c_{\text{AUDIT}})$, donc

$$\begin{aligned}
(1-\pi)t &> \pi st && (22)\\
t(1-\pi-\pi s) &> 0 && (23)\\
(1-\pi-\pi s) &> 0 && (24)
\end{aligned}$$

3. (a) Différentiant la condition de premier ordre et en réorganisant les termes on a

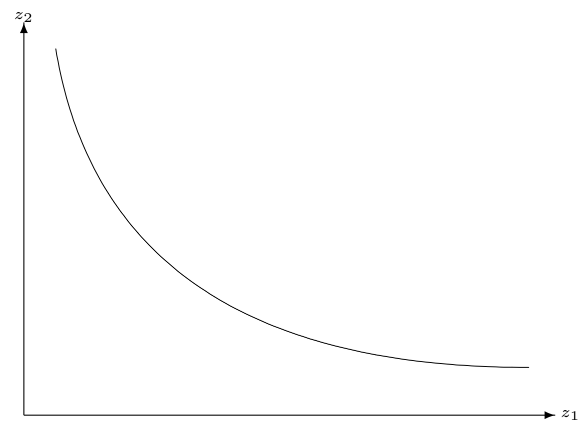
$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{\pi s t^2 (y-x) u''(c_{\text{AUDIT}})}{(1-\pi)t^2 u''(c_{\text{NOAUDIT}}) + \pi s^2 t^2 u''(c_{\text{AUDIT}})} > 0 \quad (25)$$

(b) Différentiant la condition de premier ordre et en réorganisant les termes on a

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{(1-\pi)tu''(c_{\text{NOAUDIT}}) + \pi st(1-t-st)u''(c_{\text{AUDIT}})}{(1-\pi)t^2u''(c_{\text{NOAUDIT}}) + \pi s^2t^2u''(c_{\text{AUDIT}})} \tag{26}$$

Si $1-t-st > 0$ (c'est-à-dire si on enlève pas plus au total à l'individu que son vrai revenu), cette dernière dérivée sera négative.

2.4 1. L'isoquant ne touchera pas les axes tel qu'illustré à la figure ci-dessous



2. Question annulée
3. On doit résoudre

$$\min_{z_1,z_2,\lambda} \mathcal{L} = p_1z_1 + p_2z_2 - \lambda\left[z_1^{a_1}z_2^{a_2} - q\right] \tag{27}$$

Les conditions de premier ordre sont:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_1} = p_1 - \lambda a_1 z_1^{a_1-1}z_2^{a_2} = 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_2} = p_2 - \lambda a_2 z_1^{a_1}z_2^{a_2-1} = 0 \tag{29}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = z_1^{a_1}z_2^{a_2} - q = 0 \tag{30}$$

En divisant l'équation (28) par l'équation (29), on obtient après quelques manipulations

$$z_1 = \frac{p_2}{p_1}\frac{a_1}{a_2}z_2 \tag{31}$$

En introduisant le résultat de (31) dans (30) on obtient après quelques manipulations

$$z_1^* = q^{\frac{1}{a_1+a_2}}\left[\frac{p_2}{p_1}\frac{a_1}{a_2}\right]^{\frac{a_2}{a_1+a_2}} \tag{32}$$

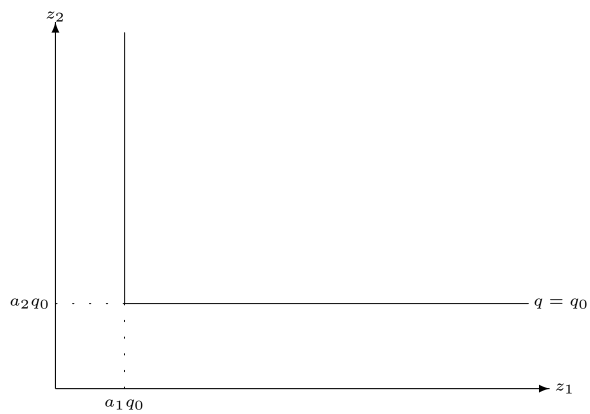
$$z_2^* = q^{\frac{1}{a_1+a_2}}\left[\frac{p_1}{p_2}\frac{a_2}{a_1}\right]^{\frac{a_1}{a_1+a_2}} \tag{33}$$

La fonction de coût est

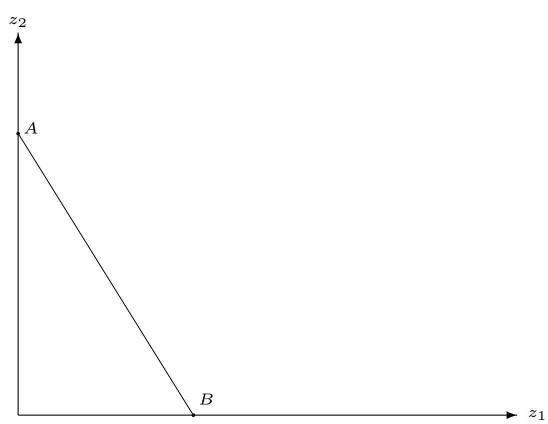
$$C(q,p_1,p_2) = p_1 q^{\frac{1}{a_1+a_2}} \left[\frac{p_2}{p_1}\frac{a_1}{a_2}\right]^{\frac{a_2}{a_1+a_2}} + p_2 q^{\frac{1}{a_1+a_2}} \left[\frac{p_1}{p_2}\frac{a_2}{a_1}\right]^{\frac{a_1}{a_1+a_2}} \tag{34}$$

4. La fonction de production est à rendements d'échelle décroissants si $a_1 + a_2 < 1$, constants si $a_1 + a_2 = 1$ et croissants si $a_1 + a_2 > 1$
5. $z_1(q,p_1,p_2) = q^{\frac{1}{a_1+a_2}} \left[\frac{p_2}{p_1}\frac{a_1}{a_2}\right]^{\frac{a_2}{a_1+a_2}}$

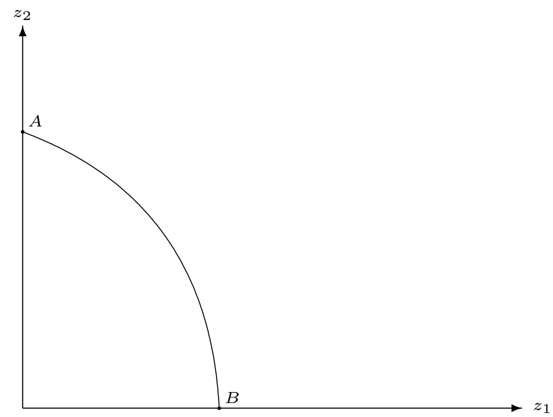
2.5 1. La figure ci-dessous représente un isoquant.



2. On voit la combinaison de facteurs de production qui minimise le coût de produire q_0 sur la figure ci-dessus.
3. $C(q,p_1,p_2) = (p_1a_1 + p_2a_2)q$. La méthode du lagrangien ne peut être utilisée car la solution se situe en un point de la fonction qui est non différentiable.
4. $z_1(q,p_1,p_2) = a_1q$
5. La figure ci-dessous représente un isoquant de $q = a_1z_1 + a_2z_2$.



La figure ci-dessous représente un isoquant de $q = a_1 z_1^2 + a_2 z_2^2$



Pour les 2 cas, si $p_1/p_2 > a_1/a_2$, on doit utiliser seulement de l'input 2 (point A) et si 2 et si $p_1/p_2 < a_1/a2$, on doit utiliser seulement de l'input 1 (point B). Les 2 cas diffèrent lorsque $p_1/p_2 = a_1/a_2$. Dans premier cas, on peut utiliser n'importe quelle combinaison située sur le segment de droite AB. Dans le second cas, on a le choix entre le point A ou le point B. Dans le premier cas, la fonction de coût prend la forme suivante:

$$c(q, p_1, p_2) = \begin{cases} \frac{p_1 q}{a_1} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} \leq \frac{a_1}{a_2}, \\ \frac{p_2 q}{a_2} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} \geq \frac{a_1}{a_2} \end{cases} \tag{35}$$

Dans le second cas, on a

$$c(q, p_1, p_2) = \begin{cases} p_1 \sqrt{\frac{q}{a_1}} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} \leq \frac{a_1}{a_2}, \\ p_2 \sqrt{\frac{q}{a_2}} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} \geq \frac{a_1}{a_2} \end{cases} \tag{36}$$

Dans le premier cas, $z_1(q, p_1, p_2) = q/a_1$ et dans le second cas, $z_1(q, p_1, p_2) = \sqrt{\frac{q}{a_1}}$.

2.6 Question annulée.

3.2 1. Le problème de la firme i est

$$\max_{q_i} \frac{A q_i^{\alpha-1}}{\sum_{j=1}^{n} q_j^{\alpha}} q_i - C_0 - c q_i \tag{37}$$

La condition de premier ordre de ce problème est

$$\frac{\alpha A q_i^{\alpha-1} \sum_{j=1}^{n} q_j^{\alpha} - \alpha q_i^{\alpha-1} A q_i^{\alpha}}{\left(\sum_{j=1}^{n} q_j^{\alpha}\right)^2} - c = 0. \tag{38}$$

À l'équilibre symétrique, $q_i^* = q_j^* \; \forall j$. Utilisant ce résultat dans (38), on a

$$\frac{\alpha A n - \alpha A}{n^2 q_i^*} - c = 0 \tag{39}$$

$$q_i^* = \frac{\alpha A(n-1)}{n^2 c}. \tag{40}$$

Trouvons maintenant l'élasticité de la demande. On a

$$\frac{dp_i}{dq_i} = \frac{(\alpha-1)Aq_i^{\alpha-2}\sum_{j=1}^n q_j^\alpha - \alpha q_i^{\alpha-1}Aq_i^{\alpha-1}}{\left(\sum_{j=1}^n q_j^\alpha\right)^2} \tag{41}$$

La valeur de cette dérivée à l'équilibre symétrique est

$$\frac{dp_i}{dq_i} = \frac{A[(\alpha-1)n-\alpha]}{n^2(q_i^*)^2}. \tag{42}$$

L'élasticité de la demande du bien de la firme i à l'équilibre symétrique est alors donnée par

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= -\frac{dq_i}{dp_i}\frac{q_i}{p_i}. && (43)\\ &= \frac{n^2 q_i^*}{A[n\alpha - n - \alpha]}\frac{A(q_i^*)^{\alpha-1}}{n(q_i^*)^\alpha}. && (44)\\ &= \frac{n}{n - n\alpha + \alpha}. && (45) \end{aligned}$$

2. Quand $\alpha = 1$, on a la situation avec des biens parfaitement identiques. Dans ce cas l'équilibre de long terme est obtenu en remplaçant q_i dans la fonction objectif par sa valeur obtenue en (40), en posant $\alpha = 1$ et en égalant les profits à 0. On a alors

$$\frac{A}{n} - C_0 - c\frac{A(n-1)}{n^2}, \tag{46}$$

$$An - C_0 n^2 = A(n-1,) \tag{47}$$

$$An - C_0 n^2 = An - A, \tag{48}$$

$$n = \sqrt{\frac{A}{C_0}}. \tag{49}$$

3.3 1. Pour trouver l'offre de la firme, on doit résoudre le problème suivant:

$$\max_{q_i} pq_i - F_0 - \frac{1}{2}aq_i^2. \tag{50}$$

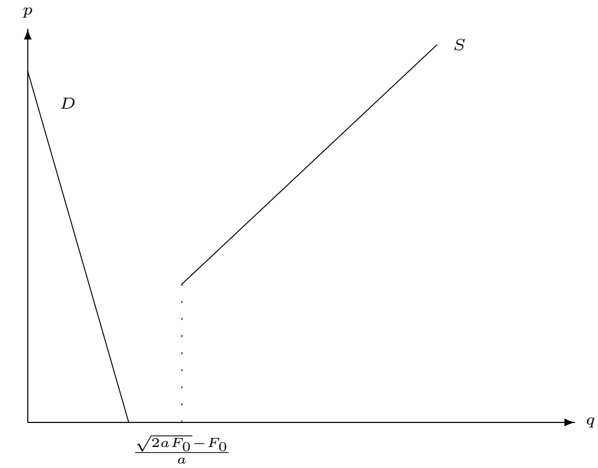
La condition de premier ordre de ce problème nous donne

$$q_i = \frac{p - F_0}{a}. \tag{51}$$

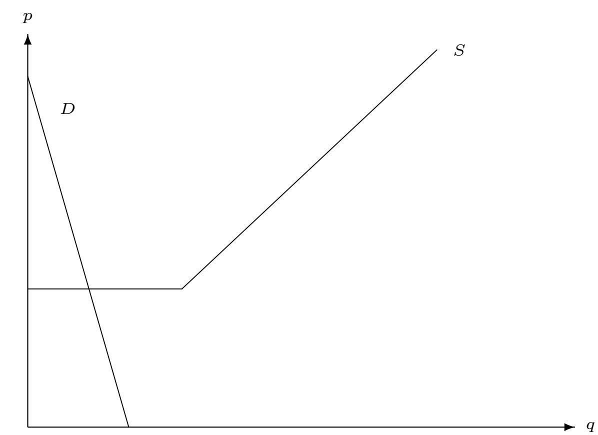
L'offre de la firme est alors

$$q_i(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p < \sqrt{2aF_0} \\ \frac{p-F_0}{a} & \text{si } p \geq \sqrt{2aF_0} \end{cases} \tag{52}$$

2. Si $b \leq a[a/\underline{p} - 1]$, on a un équilibre au croisement de la demande et de l'offre. Par contre, si $b > a[a/\underline{p} - 1]$, on a la situation sans équilibre illustrée à la figure ci-dessous.



3. L'offre moyenne reste identique
4. Si le nombre de firme est très élevé et que la demande est augmentée dans une même proportion, on aura un équilibre même si $b > a[a/\underline{p} - 1]$. On a alors la situation illustrée à la figure ci-dessous.

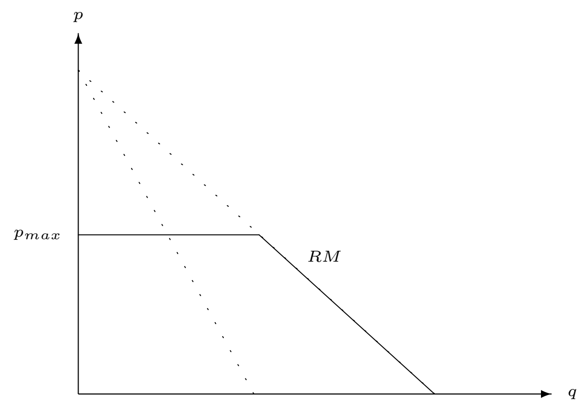


3.4 1. À court terme, la firme produit si le prix est au-dessus du coût variable moyen (CVM). Comme le coût variable moyen $CVM = a + 0.5bq$ est linéaire et commence à 0, la firme produit quelque soit le niveau de prix à court terme. À long terme la firme produit si le prix est supérieur au minimum du coût moyen (CM). On a $CM = F_0/q + a + 0.5bq$. Le minimum de cette fonction est atteind lorsque $q = \sqrt{2F_0/b}$. Le prix doit donc être supérieur ou égal à $\sqrt{2F_0b} + a$. L'offre de la firme est donnée par sa courbe de coût marginale, $Cm = a + bq$. À court terme, on prend l'ensemble de cette courbe à partir de 0, à long terme on ne considère que la partie de cette courbe pour laquelle le prix est supérieur à $\sqrt{2F_0b} + a$. Si elle produit, sa quantité sera $q^* = (p - A)/b$.

2. On a $Rm = A - Bq$. La firme choisira la quantité qui égalise Cm à Rm. On a donc $A - Bq = a + bq$, ce qui donne $q^{**} = (A-a)/(b+B) < q^*$. On a aussi $p^{**} = A - (1/2)B(A-a)/(b+B)$ et $c^{**} = a + b(A-a)/(b+B)$.
3. Dans ce cas on a

$$RM = \begin{cases} p_{max} & \text{si } q < \frac{2(A-p_{max})}{B} \\ A - \frac{1}{2}Bq & \text{si } q \geq \frac{2(A-p_{max})}{B} \end{cases} \tag{53}$$

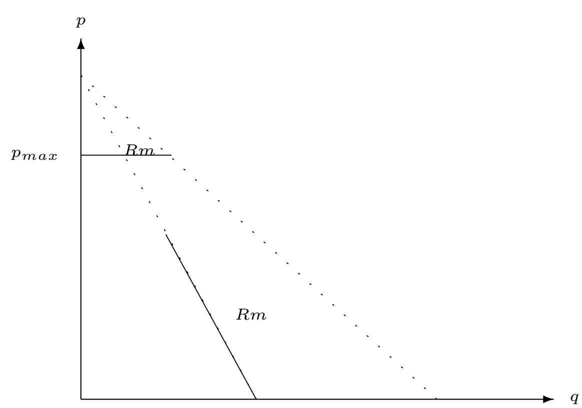
Cette fonction est représenté dans la figure ci-dessous.



Pour la recette marginale on a

$$Rm = \begin{cases} p_{max} & \text{si } q < \frac{2(A-p_{max})}{B} \\ A - Bq & \text{si } q \geq \frac{2(A-p_{max})}{B} \end{cases} \tag{54}$$

Cette fonction est représenté dans la figure ci-dessous.



On voit que si $p_{max} > p^{**}$, les décisions de la firme ne seront pas affectée.

3.5

1. Premièrement on trouve la demande inverse $p = 96 - 4q$. Le problème du monopoleur est alors

$$\max_q (96-4q)q - 100 - 6q - \frac{1}{2}q^2 \tag{55}$$

La condition de premier ordre est

$$96 - 8q - 6 - q = 0 \tag{56}$$

D'où on tire $q = 10$ et $p = 50$.

2. La demande inverse du second marché est $p = 112 - (4/3)q_2$. Le problème du monopoleur est alors

$$\max_{q_1, q2} (96 - 4q_1)q_1 + \left(112 - \frac{4}{3}q_2\right) q_2 - 100 - 6q_1 - 6q_2 - \frac{1}{2}(q_1 + q_2)^2 \tag{57}$$

Les conditions de premier ordre sont:

$$96 - 8q_1 - 6 - q_1 - q_2 = 0 \tag{58}$$

$$112 - \frac{8}{3}q_2 - 6 - q_1 - q_2 = 0 \tag{59}$$

En résolvant ce système d'équations on obtient $q_1 = 7$, $q_2 = 27$, $p_1 = 68$ et $p_2 = 80$. La firme produit maintenant 24 unités au total, ce qui constitue une augmentation de 24 unités. Les profits passent de 350 à 1646.

3. La demande totate est donnée par $q = 24 + 84 - 0.25p - 0.75p = 108 - p$. La demande inverse est $p = 108 - q$. Le problème de la firme est

$$\max_{q} (108 - q)q - 100 - 6q - \frac{1}{2}q^2 \tag{60}$$

La condition de premier ordre est

$$108 - 2q - 6 - q = 0 \tag{61}$$

On en tire $q = 34$ et $p = 74$. Les profits seront un peu moins élevés qu'en 2 puisqu'ils baissent à 1634.