Université d'Ottawa **Paul Makdissi**
Département de science économique **Hiver 2010**

ECO3553 Théorie microéconomique III
Examen final

Problème 1 (40 points)
Dites si chacun des énoncés suivants est vrai, faux ou incertain et justifiez votre réponse.

a) Une taxe sur le profit d'un monopoleur n'affecte pas son niveau de production.

b) Un monopoleur opère toujours dans la portion inélastique de la courbe de demande.

c) Considérez la fonction de production CES suivante

$$F(K,L) = A\left[\alpha K^{\rho} + (1-\alpha) L^{\rho}\right]^{1/\rho}.$$

Lorsque $\rho = 0$, celle-ci est équivalente à une fonction de production Cobb-Douglas de la forme

$$F(K,L) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}.$$

(Indice: Prenez une transformation logarithmique de type $\log y = \log F(K,L)$ et calculez la limite lorsque $\rho \to 0$)

d) Un oligopole à la Cournot tend vers la concurrence parfaite lorsque la part de marché des firmes de l'industrie augmente.

e) Un consommateur riscophobe a intialement 0. S'il se voit offrir deux loteries parmi lesquelles il doit choisir:

$$L_1 = (10, 50, 100; 0.2, 0.5, 0.3)$$

$$L_2 = (10, 40, 60, 100; 0.2, 0.25, 0.25, 0.3)$$

alors, il choisit L_1.

Problème 2 (20 points)
Supposez I consommateurs identiques. Les préférences d'un consommateur peuvent être représentées par la fonction d'utilité quasi-linéaire suivante

$$U_i = m_i + \phi(x),$$

où m_i est la quantité d'un bien composite consommée par l'agent i et où la fonction $\phi(x) = ax - \frac{b}{2}x^2$. On suppose que le prix du bien composite est normalisé à 1 et que le prix du bien x est p. D'autre part, supposez que le bien x puisse être produit à l'aide d'une technologie à rendements constants. La fonction de coût d'une firme est alors $c(q) = cq$.

a) Quelle est la demande inverse d'un consommateur pour le bien x?

b) Trouvez la demande inverse du marché.

c) Supposez que la production est réalisée par une seule firme qui se comporte comme une firme en concurrence parfaite (i.e. elle ne perçoit pas le pouvoir de marché qu'elle a et elle prend les prix comme donnés). Quelle sera la quantité produite et le prix à l'équilibre?

d) Supposez maintenant que cette firme réalise qu'elle a un pouvoir de marché et qu'elle se comporte en monopoleur. Quelle sera la quantité produite et le prix à l'équilibre?

e) Supposez maintenant qu'il y a deux firmes ayant la même fonction de coût. Quelle sera la quantité produite et le prix à l'équilibre si ces deux firmes choisissent simultanément leurs quantités?

f) Quelle sera la quantité produite et le prix à l'équilibre si la firme 1 annonce sa quantité produite à une première étape et que la firme 2 ne prend sa décision de production qu'une fois qu'elle a observé le choix de production de la première firme?

Problème 3 (20 points)
Supposez que la production d'une firme est sujette à un choc technologique, $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$. Ce choc est observable par le manager de la firme mais non observable par le propriétaire. On suppose que $\theta_1 > \theta_0 > 0$. θ_1 est donc un bon choc et θ_0 un mauvais choc. On suppose que le choc θ_1 a une probabilité p d'être observé. La probabilité d'observer θ_0 est alors $(1 - p)$. Suite à ce choc technologique, le profit de la firme sera donné par

$$\pi(\theta, e) = \theta + e$$

où e est l'effort fournit par l'agent. On suppose que le manager est riscophobe et a une fonction d'utilité

$$u = u(w - g(e))$$

où $u'(\cdot) > 0$ et $u''(\cdot) < 0$, w représente son salaire et $g(e)$ est la désutilité de l'effort e exprimée en terme monétaire. On suppose que $g'(\cdot) > 0$, $g''(\cdot) > 0$ et $g(0) = g'(0) = 0$. On suppose que le propriétaire est neutre face au risque. Sa fonction objectif est donc $E[\pi(e, \theta) - w]$. Il observe $\pi(e, \theta)$ mais n'observe pas e et θ. Celui-ci offrira un contrat consistant en un menu $\{(w_0, \theta_0), (w_1, \theta_1)\}$ selon le rapport que l'agent lui fait sur le choc technologique.

a) Décrivez mathématiquement le contrat optimal avec information symétrique, i.e. si le principal observe avec précision θ et e.

b) Donnez l'intuition économique sous-jacente au contrat obtenu en (a).

c) Décrivez mathématiquement le contrat optimal avec information asymétrique.

d) Expliquez intuitivement pourquoi le contrat obtenu en (c) est différent du contrat obtenu en (a).

Problème 4 (20 points)

a) Supposons qu'un consommateur a un revenu $\widetilde{w}+\widetilde{\epsilon}$ déterminé par deux variables aléatoires. D'une part, $\widetilde{w}=w_1$ avec probabilité p et $\widetilde{w}=w_2$ avec probabilité $1-p$. D'autre part, si $\widetilde{w}=w_2$, $\widetilde{\epsilon}=0$ et si $\widetilde{w}=w_1$ et $\widetilde{\epsilon}=\epsilon$ avec probabilité $1/2$ et $\widetilde{\epsilon}=-\epsilon$ avec probabilité $1/2$. Définissons maitenant la prime de risque k associée au risque sur $\widetilde{\epsilon}$. Celui-ci serait alors défini implicitement par

$$E\left[u\left(\widetilde{w}-k\right)\right]=E\left[u\left(\widetilde{w}+\widetilde{\epsilon}\right)\right].$$

Dans ce contexte, montrez que, pour ϵ suffisamment petit, on a

$$k\approx\frac{-\frac{1}{2}pu''\left(w_1\right)\epsilon^2}{pu'\left(w_1\right)+\left(1-p\right)u'\left(w_2\right)}.$$

b) Un consommateur a une fonction d'utilité de la forme $u\left(y\right)=\ln y$. Il possède une richesse w. Il peut investir cette richesse dans un actif sûr ou un actif risqué. L'actif sûr lui rapporte un rendement de r_s alors que l'actif risqué lui rapporte un rendement de r_b avec une probabilité π_b, un rendement r_h avec une probabilité π_h et un rendement r_s avec probabilité $1-\pi_b-\pi_h$. On a $r_b<r_s<r_h$. Montrez que si $\pi_b r_b+\pi_h r_h>r_s\left(\pi_b+\pi_h\right)$, celui-ci investira un montant

$$\alpha^*=\frac{\left[\pi_b\left(r_b-r_s\right)+\pi_h\left(r_h-r_s\right)\right]\left(1+r_s\right)}{\left(\pi_b+\pi_h\right)\left(r_s-r_b\right)\left(r_h-r_s\right)}w$$

dans l'actif risqué.