S_0 : taille du stock (barils de pétrole)

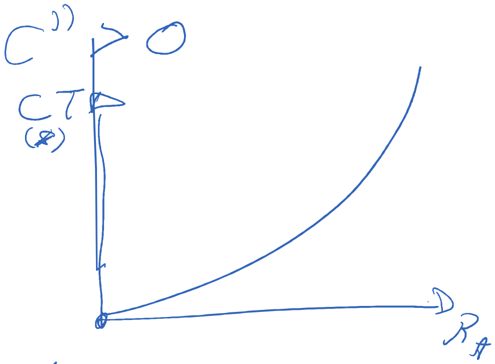
Deux périodes : $t=0$, $t=1$

p : prix de vente d'un baril
(fixe dans le temps)

$C(R_t)$: R_t : qté extraite de barils en t

COÛT TOTAL

$C'>0$, $C''>0$



r : taux d'escompte : $r>0$.

$\Pi_0 = pR_0 - C(R_0)$

$\Pi_1 = pR_1 - C(R_1)$

max $\cancel{\Pi_0 + \Pi_1}$

$$\max_{R_0,R_1} \boxed{V_0 = \Pi_0 + \left(\frac{1}{1+r}\right)\Pi_1}$$

$$= \Pi_0 + \beta \Pi_1 \quad \text{où} \quad \beta \equiv \frac{1}{1+r} \in [0,1]$$

s.c. $R_0 + R_1 \leq S_0$

DIGRESSION "THÉORIE DU CAPITAL"
(CONCEPTS DE BASE).

① Valeur d'une obligation

émetteur : promesses de paiements $

(emprunteurs)
(débiteurs)

futurs

détenteurs : paiement initial
(prêteurs)
(créanciers)

PRINCIPAL, VALEUR NOMINALE (face value)

date d'échéance (maturity date)

(inverted yield curve
courbe de rendement inversée)

① 1.1 Obligation à échéance d'un an

promesse de payer $100 l'an prochain.

$$t \longrightarrow r_t \quad t+1$$

$$p_{1,t} \qquad \$100$$

$p_{s,t}$: prix en t d'une obligation à maturité de s années.

r_t : rendement d'une obligation durant la période t.

$$\boxed{r_t = \frac{\$100 - p_{1,t}}{p_{1,t}}} \qquad \text{ex: } \frac{100-95}{95} =$$

"coût du capital financier"

$$\boxed{p_{1,t} = \frac{\$100}{1+r_t} < \$100}$$

$$= \left(\frac{1}{1+r_t}\right) 100$$

Vu r_t, on est indifférent entre recevoir \$100 l'an prochain, ou recevoir $p_{1,t}$ aujourd'hui.

$$\frac{100}{\cancel{1+r}} \cdot (\cancel{1+r}) = 100$$

$$\frac{100}{1+r} \cdot (1+r) = 100$$

(actualisé)

$p_{1,t}$: valeur présente de \$100 à recevoir l'an prochain étant donné r_t.

$$\boxed{p_{1,t}(1+r_t) = \$100} \quad \forall t$$

Condition d'absence d'arbitrage.

Supposons: $p_{1,t}(1+r_t) > \$100$

2 actifs:

actif A: offre un rendement r_t

B: promet de verser \$100 l'an prochain

$$p_{1,t}(1+r_t) < \$100$$

$1 l'an prochain

$\frac{\$1}{1+r}$ aujourd'hui.

$$\max_{R_0, R_1} V_0 = pR_0 - C(R_0) + \beta[pR_1 - C(R_1)]$$

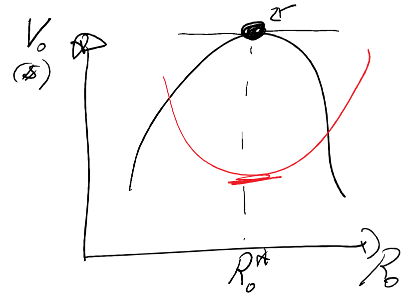
s.c. $R_0 + R_1 \leq S_0$.

Supposons que $R_0^* + R_1^* = S_0$.

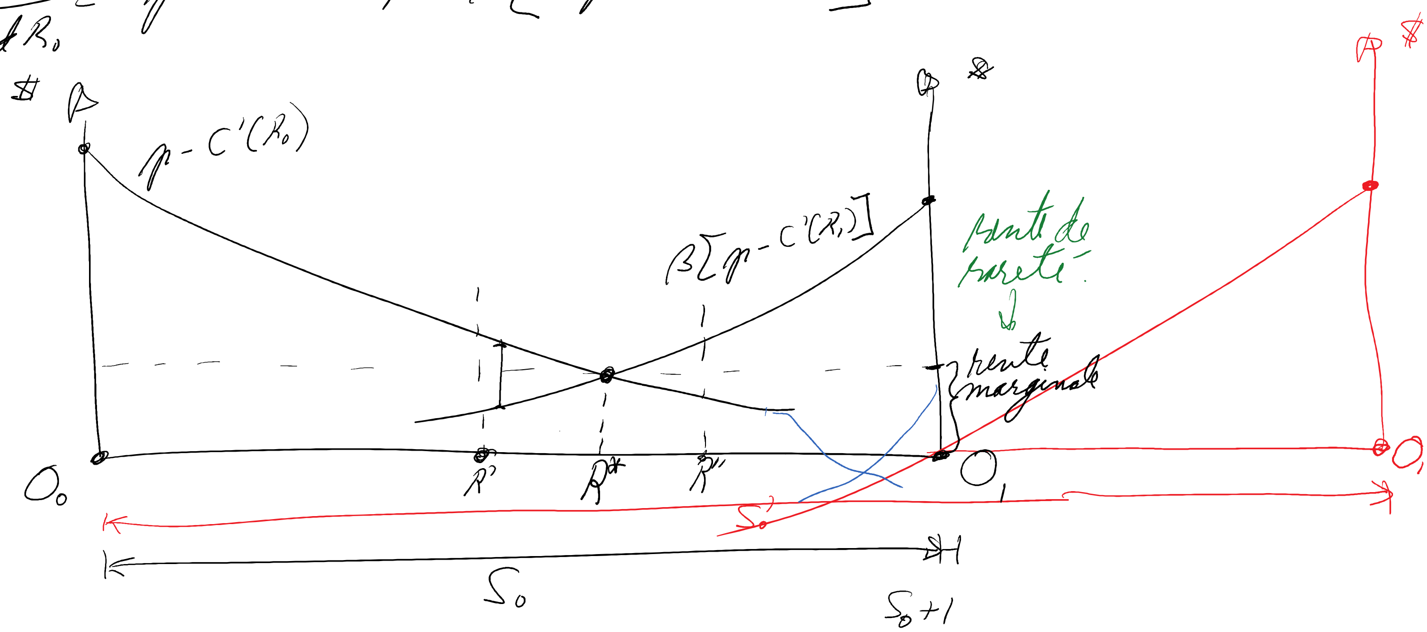
$$\Rightarrow R_1 = S_0 - R_0$$

$$\max_{R_0} V_0 = pR_0 - C(R_0) + \beta[p \cdot (S_0 - R_0) - C(S_0 - R_0)]$$

$$\frac{dV_0}{dR_0} = 0$$



$$\frac{dV_0}{dR_0} = p - C'(R_0^*) + \beta[-p + C'(R_1^*)] = 0 \quad \leftarrow$$

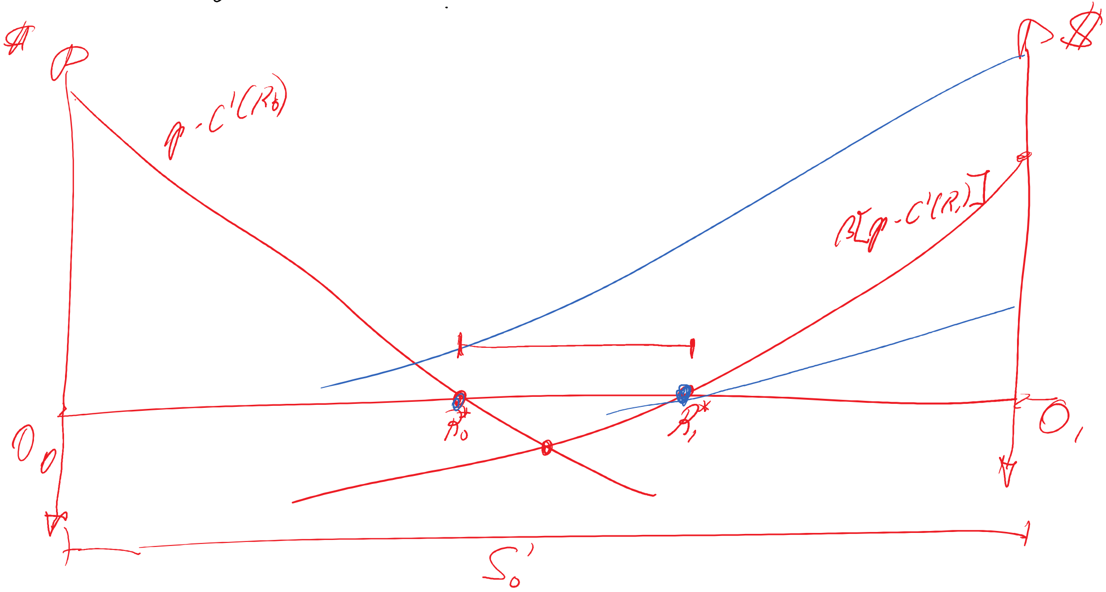


$$p - C'(R_0^*) = \beta[p - C'(R_1^*)] \quad \leftarrow$$

$$p - C'(R_0^*) = \beta[p - C'(R_1^*)]$$

$>$

$$S_0' >> S_0.$$



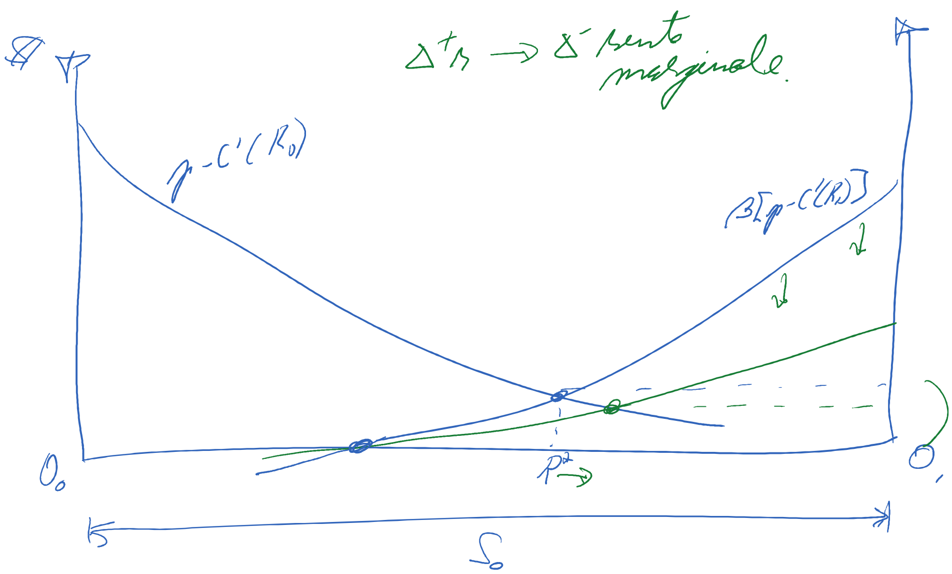
$$p - C'(R_0^*) = 0.$$

$$R_0 + R_1 \leq S_0'$$

$$\boxed{R_0^* + R_1^* < S_0'}$$

$$V_0^* = pR_0^* - C(R_0^*) + \beta[pR_1^* - C(R_1^*)]$$

$\Delta^+ r \to$ Δ^- rento marginale.



$p > C'(R_0^*)$

$x \Rightarrow p \qquad C(x)$

$x \to p \qquad C(x)$

$\pi = px - C(x)$

$p = C'(x^*)$

$p > C'(x_0^*)$

$$p = \underbrace{C'(x_0^*) + \beta\left[p - C'(x_1^*)\right]}$$