SOLUTIONS CHAP 4

1. Tel que vu au premier chapitre, la formule est

$$g = \left(\frac{X_{t+n}}{X_t}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{6400000000}{2}\right)^{\frac{1}{100000}} - 1 = 0.000218888 = 0.0218\%.$$

2. Les graphiqus accompagnants cette réponse apparaisent dans le fichier suivant: `solutions_graph_chap4b.pdf`.

2.a) L'équilibre initial est au point A où la poulation ne croît pas. Avec la nouvelle variété de blé, chauqe travailleur peut produire plus; la courbe Z se déplace donc vers la droite à Z'. À court terme, c'est-à-dire instantanément, la production se déplace au point B, où l'output per capita est plus élevé. Cet output plus élevé cause une croissance de la population, tel qu'indiqué sur le graphique du bas. À long terme, le nouvel équilibre stationnaire sera au point C, là où la consommation per capita est la même qu'au départ. La nouvelle population est cependant plus grande à $L^{SS'}$.

2.b) L'équilibre initial est au point A où la poulation ne croît pas. La population diminue soudainement de moitié: l'économie saute au point B instantanément. Ceci augmente l'output per capita car il y a plus de terre disponible par habitant. Ainsi, la population se met à croître, tel qu'indiqué sur le graphique du bas. À long terme, l'économie revient au point A initial.

2.c) L'équilibre initial est au point A où la poulation ne croît pas. Avec la destruction de la moitié de la terre, l'output per capita diminue de moitié pour une même quantité de population. (On suppose ici des rendements constants de la terre.) Ceci déplace la courbe Z vers la gauche à Z'. Mais il y a simultanément une diminution de population de moitié, elle passe de L^{SS} à $L^{SS'}$. L'économie saute donc d'un état stationnaire à un autre sans période transitoire. Le revenu per capita est le même au nouvel état stationnaire mais la population est réduite de moitié.

3. L'équilibre initial est au point A où la poulation ne croît pas. La courbe de croissance de population passe soudainement de V à V': les gens veulent plus d'enfants pour chaque niveau de revenu donné. La croissance de la population saute au point B: elle devient positive. À mesure que la population s'accroît, le revenu per capita diminue. À long terme, le revenu per capita passe au niveau $y^{SS'}$, où il est plus faible qu'auparavant, et la population est plus grande au niveau $L^{SS'}$.

4. Le ratio de revenus per capita à l'état stationnaire sont donnés par:

$$\frac{\tilde{y}_i}{\tilde{y}_j} = \frac{A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma_i}{\delta+n_i}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma_j}{\delta+n_j}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = \left(\frac{\frac{\gamma_i}{\delta+n_i}}{\frac{\gamma_j}{\delta+n_j}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \left(\frac{\frac{0.20}{0.05+0}}{\frac{0.05}{0.05+0.04}}\right)^{\frac{1/3}{1-1/3}} = 2.683.$$

5. Le graphique accompaganang cette réponse est dans le fichier suivant: `solutions_graph_chap4a.pdf`.

Dans ce problème, le taux de croissance de la population est endogène, c'est-à-dire qu'il dépend du revenu des travailleurs. Plus spécifiquement, la droite $(n + \delta)k$ sera donnée par $(n_1 + \delta)k$ lorsque le revenu per capita est en deçà de $f(\bar{k})$, et elle sera égale à $(n_2 + \delta)k$ lorsque le revenu per capita passe au-delà de $f(\bar{k})$. Notons qu'avec $n_2 < n_1$, nous représentons simplement le fait que la croissance de la population diminue lorsque le revenu augmente.

Il y a deux états stationnaires possibles: l'un à k_1^{SS}, correspondant à un niveau d'output bas; l'autre à k_2^{SS}, correspondant à un niveau d'output élevé. Ceci est un autre exemple de **trappe de développement**. Ici, un pays plus pauvre accumule moins de capital per capita car le taux de reproduction de la population est élevé. Dans un pays plus riche, la croissance de la population est plus faible, ce qui permet d'accumuler plus de capital per capita et résulte en un revenu per capita plus important. Pour solutionner le problème du pays pauvre, il faudrait que son capital per capita passe **soudainement** juste au-delà de $\bar{k}$, ce qui ne peut se faire que par un apport extérieur, d'où l'expression de "trappe".

6. Nous avons vu que plus la croissance de la population est importante, moins le revenu per capita à l'état stationnaire sera élevé, toutes choses égales par ailleurs. Ainsi, à l'état stationnaire, le revenu per capita du pays A sera moins élevé que celui du pays B. Puisque les deux pays ont présentement le même revenu per capita, cela indique que le pays B est plus éloigné de son état stationnaire que le pays A. Pour cette raison, on s'attend à ce que le revenu per capita du pays B croisse plus rapidement que celui du pays A.

Cette conclusion est tout-à-fait intuitive. En effet, la seule chose qui différencie les deux pays est que le pays A connaît une croissance de population plus importante que le pays B. Il n'est donc pas surprenant d'observer que la croissance per capita du pays B sera plus importante puisque le "fardeau" de l'accroissement de la population y est plus faible.

7) Le graphique accompaganang cette réponse est dans le fichier suivant: `solutions_graph_chap4a.pdf`.

7.a) Voir graphique.

7.b) D'après les données du problème, on a

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{L^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{L} = \frac{X^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}}.$$

Ce qui implique

$$L = \frac{X}{y^2} = \frac{1000000}{y^2}.$$

Cette relation apparaît sur le graphique 7.b).

7.c) À l'état stationnaire, le taux de croissance de la population doit être nul, c-à-d $\hat{L} = 0$. Ainsi $y = 100$. En substituant la valeur de y trouvée plus haut, on a:

$$y = \frac{X^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = 100,$$

ou bien

$$\frac{1000000^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = 100.$$

Ceci implique que la population à l'état stationnaire est de $L = 100$.